

remarques :

La feuille de réponse doit être remplie, avec le plus grand soin, au stylo, bille ou feutre, noir ou bleu. Faites attention, lorsque vous noircissez une case, de ne pas déborder : la correction étant automatique, il pourrait y avoir pénalisation pour réponse multiple en cas d'ambiguïté.

La feuille de réponse ne doit être ni souillée, ni froissée, ni pliée, ni écornée, ... ni porter des inscriptions superflues, pour ne pas être rejetée.

Dès la distribution des sujets : assurez-vous que vous avez inscrit vos noms et prénoms (ils ne seront pas lus par la machine) et codé avec soin votre numéro d'étudiant.

Pour chaque question, il y a le choix entre deux, trois ou quatre réponses. Une seule est valable, cochez la lettre correspondante sur la feuille de réponse. Une bonne réponse rapporte (1 en général), une mauvaise réponse pénalise (-1 en général), ne pas répondre n'a pas d'effet.

partie QCM

EXERCICE 1 E est un ensemble quelconque.

1° Pour A et B des parties de E , (une bonne réponse :)

- a) $A \subset B$ est équivalent à $\mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$
- b) $A \subset B$ est nécessaire pour $\mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$ sans être suffisant
- c) $A \subset B$ est suffisant pour $\mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$ sans être nécessaire

2° Pour X, Y, Z, T parties de E , (une bonne réponse :)

- a) $(X \times Y) \cap (Z \times T) = (X \cap Y) \times (Z \cap T)$
- b) $(X \times Y) \cap (Z \times T) = (X \cap Z) \times (Y \cap T)$
- c) $(X \times Y) \cap (Z \times T) = (X \times Z) \cap (Y \times T)$

EXERCICE 2 Soit la fonction réelle $f : \left[x \mapsto x^3 + 3x^2 - 9x - 11 \right]$

1° images directes et réciproques, (une bonne réponse :)

- a) $f([-\infty, -1]) =]\infty, 0]$
- b) $f(]-5, +\infty[) =]-16, +\infty[$
- c) $f^{-1}([-16, 16]) = [-5, 3]$
- d) $f^{-1}([-16, 16]) = [-3, 1]$

EXERCICE 3 applications de E dans E

1° ψ est une injection de E dans E , (une bonne réponse :)

- a) pour $A \subset E$ quelconque, on est sûr de $\psi^{-1}(\psi(A)) = A$
- b) pour $A \subset E$ quelconque, on est sûr de $\psi(\psi^{-1}(A)) = A$
- c) pour $A \subset E$ quelconque, on n'est sûr ni de $\psi^{-1}(\psi(A)) = A$ ni de $\psi(\psi^{-1}(A)) = A$

2° f et g vérifient $f \circ g = id_E$ (on rappelle $id_E : \left[x \mapsto x \right]$), (une bonne réponse :)

- a) on peut déduire f et g surjectives mais pas forcément injectives
- b) on peut déduire f et g injectives mais pas forcément surjectives
- c) on peut déduire f surjective et g injective mais pas plus

d) on peut déduire f et g bijectives, réciproques l'une de l'autre

EXERCICE 4 (in)équations trigonométriques

1° \mathcal{S} est l'ensemble des solutions sur $[0, \frac{3\pi}{4}]$ de l'équation $[(e) : \cos x \cos 2x \cos 3x > 0]$ est : (une bonne réponse :)

a) $\mathcal{S} =]0, \frac{\pi}{6}[\cup]\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$

b) $\mathcal{S} = [0, \frac{\pi}{6}[\cup]\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$

c) $\mathcal{S} = [0, \frac{\pi}{6}[\cup]\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}[$

d) \mathcal{S} n'est aucun des trois ensembles proposés

2° comparaisons : laquelle est fausse ?

a) $2 \arccos \frac{3}{4} = \arcsin \frac{3\sqrt{7}}{8}$

b) $2 \arccos \frac{3}{4} = \arccos \frac{1}{8}$

c) $2 \arccos \frac{3}{4} = 2 \arcsin \frac{\sqrt{7}}{4}$

d) $2 \arccos \frac{3}{4} = \arccos \left(\frac{-1}{8} \right) - \pi$

3° soit l'équation $\arccos(4x^3 - 3x) = 3 \arccos x$ et \mathcal{S} l'ensemble de ses solutions réelles ; (une bonne réponse :)

a) $\mathcal{S} = [0, \pi]$

b) $\mathcal{S} = [-1, 1]$

c) $\mathcal{S} = [\frac{1}{2}, 1]$

d) $\mathcal{S} = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

4° $\varphi(x) = 2 \cos x - \cos 2x$ pour tout x ; (une bonne réponse :)

a) pour $x \in]-\pi, +\pi[$, $\varphi(x) \geq 0$

b) pour tout x , $\varphi(x) \leq 1$

c) il existe a tel que $\varphi(a) = -3$

d) pour tout $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $\varphi'(x) < 0$

EXERCICE 5 hyperboliques

1° pour x réel, $\operatorname{ch} 3x$ s'écrit, (une bonne réponse :)

a) $4 \operatorname{ch}^3 x - 3 \operatorname{ch} x$

b) $4 \operatorname{ch}^3 x + 3 \operatorname{ch} x$

c) $\operatorname{ch} x (4 \operatorname{sh}^2 x - 1)$

EXERCICE 6 étude de la fonction $h : \left[x \mapsto \frac{\cos 2x}{2 + \sin x} \right]$

1° préliminaire : (une bonne réponse :)

a) h est définie sur \mathbb{R}

b) h est paire

c) h est π -périodique

2° expression de la dérivée : (une bonne réponse :)

a) $h'(x) = -\frac{\cos x (-8 \cos x + 2 \cos^2 x - 3)}{(2 + \sin x)^2}$

b) $h'(x) = \frac{\cos x (8 \sin x - 2 \sin^2 x + 1)}{(2 + \sin x)^2}$

c) $h'(x) = -\frac{\cos x (-8 \sin x + 2 \cos^2 x - 3)}{(2 + \sin x)^2}$

d) $h'(x) = \frac{8 \sin 2x + 3 \cos x - \cos 3x}{2(2 + \sin x)^2}$

partie rédactionnelle

EXERCICE 7 question de cours

Pour A et B des parties d'un ensemble E , démontrer $A \triangle B = \overline{A} \triangle \overline{B}$

EXERCICE 8

f est une application de E dans F . Montrer que f est surjective si et seulement si, pour toute partie Y de F , $f \langle f^{-1} \langle Y \rangle \rangle = Y$.