

remarques :

- Les notations de l'énoncé sont impératives.
- La présentation et la rédaction de la copie seront largement prises en compte.
- En particulier, aucun résultat non justifié, aucun raisonnement vague ou insuffisant, ne sera accepté.
- Tout résultat admis doit être explicitement énoncé avant d'être utilisé.
- Si un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

EXERCICE 1**barycentre ?**

(3 points)

A, B et C sont trois points non alignés du plan euclidien orienté \mathcal{P} . Pour M quelconque de \mathcal{P} , montrer que M est le barycentre du système $\{(A, \det(\vec{MB}, \vec{MC})), (B, \det(\vec{MC}, \vec{MA})), (C, \det(\vec{MA}, \vec{MB}))\}$.

EXERCICE 2**cardioïde polaire**

(7 points)

Soit \mathcal{C} la courbe d'équation polaire $\rho = a(1 + \cos \theta)$ dans un repère orthonormal $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ (a est un réel positif fixé dans l'exercice).

1° On note $f : [\theta \mapsto a(1 + \cos \theta)]$

- a) Justifier la possibilité de réduire l'ensemble d'étude de f à $[0; \pi]$ et les propriétés géométriques de \mathcal{C} qui en découlent.
- b) Dresser le tableau des variations de f sur $[0; \pi]$.
- c) Représenter \mathcal{C} après avoir eu soin de préciser les positions des points d'angles polaires $0, \pi/2$ et π , et les tangentes à \mathcal{C} en ces points.

2° Vérifier que \mathcal{C} admet l'équation cartésienne $(x^2 + y^2)^2 - 2ax(x^2 + y^2) - a^2y^2 = 0$ dans ce repère.

3° Soient α un réel fixé dans $]0; \pi[$ et \vec{u}_α un vecteur unitaire tel que $(\vec{e}_1, \vec{u}_\alpha)$ mesure α .

- a) Montrer que \mathcal{C} admet en trois points distincts des tangentes dirigées par \vec{u}_α .
- b) Quel est l'isobarycentre des trois points en question.

EXERCICE 3**courbes cartésiennes**

(10 points)

Dans tout cet exercice, le plan est rapporté à un repère orthonormal.

fonction $f : [x \mapsto x(1 - e^x)]$

- 1° a) Étudier les variations de f' , la fonction dérivée de f . En déduire les variations de f .
- b) Faire l'étude des branches infinies de (Γ_1) la courbe représentative de f . Dans le cas d'une droite asymptote, déterminer la position de (Γ_1) par rapport à cette droite.
- c) Rechercher un point d'inflexion de (Γ_1) , i.e. un point en l'abscisse duquel la fonction f' admet un extremum.

2° Représenter (Γ_1) .

3° Soit l'équation différentielle $(e) : x y' - y + x^2 e^x = 0$.

- a) Donner les solutions de (e) sur $]0; +\infty[$.
- b) Donner les solutions de (e) sur $] -\infty; 0[$.
- c) Justifier que f est une solution de (e) sur \mathbb{R} . En existe-t-il d'autres ?

$$\text{fonction } g : \left[x \mapsto \ln(\operatorname{ch} x) \right]$$

- 1° a) Étudier la dérivabilité de g .
 - b) Faire l'étude des variations de g .
 - c) Démontrer que la courbe (Γ_2) de g admet deux asymptotes obliques. Préciser la position de (Γ_2) par rapport à ces droites.
- 2° Représenter (Γ_2) .

$$\text{courbe paramétrée } (\mathcal{C}) : \begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$$

- 1° Dresser le tableau des variations simultanées des fonctions f et g .
- 2° Donner le point de (\mathcal{C}) de paramètre 0 et une équation de la tangente à (\mathcal{C}) en ce point.
- 3° En étudiant le comportement des points dont le paramètre tend vers $-\infty$, justifier que (\mathcal{C}) admet une asymptote oblique dont on précisera une équation.
- 4° Préciser la nature de la branche infinie de (\mathcal{C}) concernant les points dont le paramètre tend vers $+\infty$.
- 5° Tracer la courbe (\mathcal{C}) .

F I N
